الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة

1) قاسم عدد طبيعي:

تعريف:

> b ، a عددان طبيعيان بحيث: $b \neq 0$
> العدد a يقبل القسمة على b معناه يوجد عدد طبيعي k غير معدوم بحيث: $a = b \times k$
> ونقول أيضا: a مضاعف للعدد b.

لدينا: $a = b \times k$ معناه :
* العدد a يقبل القسمة على b
* العدد a مضاعف للعدد b
* العدد b قاسم للعدد a
* العدد b يقسم العدد a

مثال: $56 = 7 \times 8$
* العدد 56 يقبل القسمة على 7
* العدد 56 مضاعف للعدد 7
* العدد 7 قاسم للعدد 56
* العدد 7 يقسم العدد 56

2) خواص قواسم عدد طبيعي:

تعريف:

> K،b،a أعداد طبيعية غير معدومة بحيث: $b < a$
> * إذا كان K يقسم كلا من a و b فإن K يقسم كلا من(a+b) و (a–b)
> * إذا كان K يقسم كلا من a و b فإن K يقسم باقي القسمة الاقليدية للعدد a على b.

مثال(1):

9 قاسم للعددين 36 و 45 معناه 9 يقسم $81 = 36 + 45$
9 قاسم للعددين 36 و 45 معناه 9 يقسم $9 = 36 - 45$

مثال (2):

2 يقسم كلا من العددين 12 و 30 فإن 2 يقسم باقي القسمة الاقليدية لــ30 على 12 وهو 6 لأن: $30 = 12 \times 2 + 6$

3) القاسم المشترك الأكبر (PGCD):

تعريف:

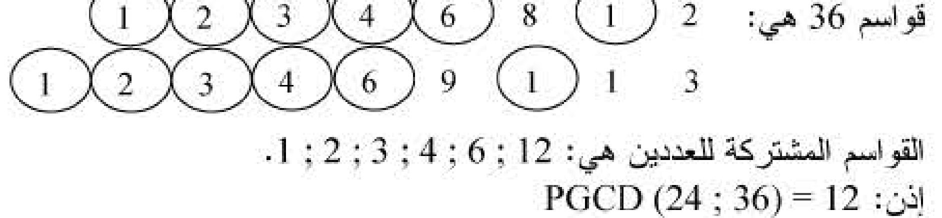
> إذا كان العددان الطبيعيان a و b يقبلان القسمة على نفس العدد غير المعدوم k فإن k قاسم مشترك للعددين a و b

خاصية:

في مجموعة القواسم المشترك لعددين a و b يوجد قاسم أكبر من بين القواسم يسمى القاسم المشترك الأكبر
ونكتب: PGCD (a ; b)

مثال(1):

قواسم 24 هي:
قواسم 36 هي:



القواسم المشتركة للعددين هي: 12 ; 6 ; 4 ; 3 ; 2 ; 1.
إذن: PGCD (24 ; 36) = 12

مثال (2):

إيجاد القاسم المشترك الأكبر باستعمال خوارزمية إقليدس للعددين: 1078 و 322:

المراحل	a	b	باقي القسمة الاقليدية
1	1078	322	112
2	322	112	98
3	112	98	14
4	98	14	0

$1078 = 3 \times 322 + 112$
$322 = 2 \times 112 + 98$
$112 = 1 \times 98 + 14$
$98 = 7 \times 14 + 0$

$$\begin{array}{r|l} 1078 & 322 \\ \hline 112 & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 322 & 112 \\ \hline 98 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 112 & 98 \\ \hline 14 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 98 & 14 \\ \hline 0 & 7 \end{array}$$

من خلال هذه الحسابات نستنتج أن: PGCD(1078 ; 322)=14

مثال (3):

إيجاد PGCD(714 ; 612) باستعمال طريقة عمليات الطرح المتتالية.

$714 - 612 = 102$
$612 - 102 = 510$
$510 - 102 = 408$
$408 - 102 = 306$
$306 - 102 = 204$
$204 - 102 = 102$
$102 - 102 = 0$

إذن: PGCD (714 ; 612) = 102

4) العددان الأوليان فيما بينهما:

تعريف:

> b ، a عددان أوليان فيما بينهما معناه القاسم المشترك الوحيد للعددين هو: 1

خاصية:

إذا كان PGCD لعددين هو 1 معناه أن العددين أوليان فيما بينهما.

مثال:

قواسم 15 هي: 15 ; 5 ; 3 ; 1
قواسم 28 هي: 28 ; 14 ; 7 ; 4 ; 2 ; 1
إذن: PGCD(15 ; 28)=1 وهذا يعني أن العددين أوليان فيما بينهما

5) الكسر الغير القابل للاختزال:

تعريف:

> الكسر الغير قابل للاختزال معناه بسطه ومقامه أوليان فيما بينهما.

خاصية:

عندما نقسم كلا من حدي كسر على القاسم المشترك الأكبر لبسطه ومقامه نحصل على كسر غير قابل للاختزال.

مثال (1):

$\frac{15}{28}$ كسر غير قابل للاختزال لأن العددين 15 و 28 أوليان فيما بينهما

مثال (2):

لدينا: PGCD(84 ; 56)=28

ومنه $\frac{84}{56} = \frac{84 \div 28}{56 \div 28} = \frac{3}{2}$ أو $\frac{84}{56} = \frac{28 \times 3}{28 \times 2} = \frac{3}{2}$